Planification en analyse sensorielle

- Qualités attendues du plan d'évaluation
- Les plans d'évaluation « classiques »
- Les plans optimaux

François Husson
husson@agrocampus-ouest.fr

Qualités attendues d'un plan d'évaluation

On se limite aux plans « classiques » : monadique séquentiel

Exemple : 10 produits à évaluer
Un juge peut évaluer au plus 5 produits
Salle de 10 places
20 juges disponibles

séance1

Juges	Rang 1	2	3	4	5
1	P1	P2	P3	P4	P5
2	P1	P2	P3	P4	P5
3	P1	P2	P3	P4	P5
4	P1	P2	P3	P4	P5
5	P1	P2	P3	P4	P5
6	P1	P2	P3	P4	P5
7	P1	P2	P3	P4	P5
8	P1	P2	P3	P4	P5
9	P1	P2	P3	P4	P5
10	P1	P2	P3	P4	P5

séance2

Juges	Rang 1	2	3	4	5
11	P6	P7	P8	P9	P10
12	P6	P7	P8	P9	P10
13	P6	P7	P8	P9	P10
14	P6	P7	P8	P9	P10
15	P6	P7	P8	P9	P10
16	P6	P7	P8	P9	P10
17	P6	P7	P8	P9	P10
18	P6	P7	P8	P9	P10
19	P6	P7	P8	P9	P10
20	P6	P7	P8	P9	P10

→ **Quelles sont les qualités de ce plan ?**

séance1

		Rang				
		1	2	3	4	5
Juges	1	P1	P2	P3	P4	P5
	2	P1	P2	P3	P4	P5
	3	P1	P2	P3	P4	P5
	4	P1	P2	P3	P4	P5
	5	P1	P2	P3	P4	P5
	6	P1	P2	P3	P4	P5
	7	P1	P2	P3	P4	P5
	8	P1	P2	P3	P4	P5
	9	P1	P2	P3	P4	P5
	10	P1	P2	P3	P4	P5

séance2

		Rang				
		1	2	3	4	5
Juges	11	P6	P7	P8	P9	P10
	12	P6	P7	P8	P9	P10
	13	P6	P7	P8	P9	P10
	14	P6	P7	P8	P9	P10
	15	P6	P7	P8	P9	P10
	16	P6	P7	P8	P9	P10
	17	P6	P7	P8	P9	P10
	18	P6	P7	P8	P9	P10
	19	P6	P7	P8	P9	P10
	20	P6	P7	P8	P9	P10

- Plusieurs confusions : **confusion *Juge – Produit , Produit – Rang , Produit – Succession , Produit – Séance***

Qu’est-ce qu’un « bon plan » ?

- Respecte des contraintes pratiques (non négligeables) : salle, nombre de sujets, de produits par juges, nombre de séances, etc.
- **Bonne connaissance** des produits (la note d’un produit ne doit pas être entâchée par d'autres facteurs : juge, rang d'évaluation, arrière-effet). L'effet produit doit être **non confondu** avec les autres effets

Comment vérifier l'orthogonalité (la non-confusion) entre 2 effets ?

- On construit le tableau croisé entre les deux facteurs
- Orthogonalité $\leftrightarrow$ terme constant dans le tableau

Juge \ Produit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1					
2	1	1	1	1	1					
3	1	1	1	1	1					
4	1	1	1	1	1					
5	1	1	1	1	1					
6	1	1	1	1	1					
7	1	1	1	1	1					
8	1	1	1	1	1					
9	1	1	1	1	1					
10	1	1	1	1	1					
11						1	1	1	1	1
12						1	1	1	1	1
13						1	1	1	1	1
14						1	1	1	1	1
15						1	1	1	1	1
16						1	1	1	1	1
17						1	1	1	1	1
18						1	1	1	1	1
19						1	1	1	1	1
20						1	1	1	1	1

rang \ Produit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10					10				
2		10					10			
3			10					10		
4				10					10	
5					10					10

produit \ Produit suivant	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		10								
2			10							
3				10						
4					10					
5						10				
6							10			
7								10		
8									10	
9										10
10										

Les plans d'évaluation "classiques"

Pour l'instant : **non prise en compte de l'ordre de présentation**

Blocs complets *versus* blocs incomplets

- **Plan complet :** tous les juges évaluent **tous** les produits

Avantage	Orthogonalité Juge – Produit Effets produits connus avec une précision optimale
Limite	Fatigue sensorielle si nombre de produits élevé

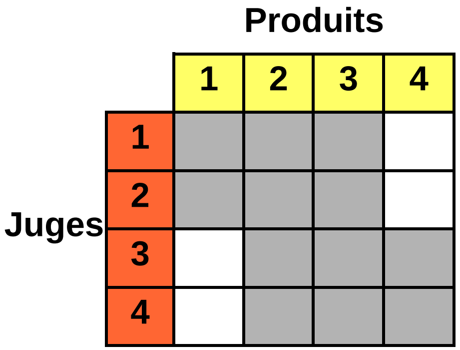
- **Plan incomplet :** chaque juge n'évalue **qu'une partie** des produits

Plans en Blocs Incomplets Equilibrés (BIE)

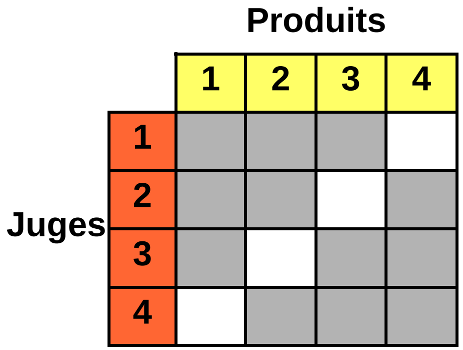
Propriétés d'un plan en BIE

- Chaque juge évalue un même nombre de produits : $R \quad (R < P)$
- Chaque produit est évalué un même nombre de fois : r
- Toute paire de produits est évaluée un même nombre de fois, λ

Exemple : 4 juges, 4 produits, 3 produits par juges. J=4, P=4, R=3



Plusieurs défauts...



De bons équilibres !

Conditions d'existence d'un BIE

- $J\,R = P\,r$ $\qquad$ $P = 10$ et $J = 11$: pas de BIE
- $\lambda = r\,(R-1)\,/\,(P-1)$ $\qquad$ λ : répétition d'un couple de produits

Construction d'un BIE : on prend toutes les combinaisons de *R* parmi *P*

Exemple : 4 produits, 3 produits par juges. *P*=4, *R*=3 (donc $J = C_4^3 = 4$)

Juges \ Produits	1	2	3	4
1	■	■	■	
2	■	■		■
3	■		■	■
4		■	■	■

Avantages - Moins de produits : fatigue moindre

- Permet d'évaluer un plus grand nombre de produits
- Le complémentaire d'un BIE est un BIE

Limites

- Confusion entre l'effet juge et l'effet produit (mais confusion faible, acceptable en pratique)
- Pas de gestion du rang d'évalaution
- N'existe pas pour toute configuration (*J*, *P*, *R*)

Prise en compte de l'ordre de présentation

Plans en carrés latins

- Les juges évaluent tous les produits
- Chaque produit est évalué autant de fois
- Chaque produit est évalué autant de fois à chaque rang

Juges \ Rang	1	2	3	4
1	P1	P2	P3	P4
2	P2	P3	P4	P1
3	P3	P4	P1	P2
4	P4	P1	P2	P3

Avantages - Orthogonalité *Produit – Rang*, *Juge - Rang* et *Produit – Juge*

- Construction simple

Limites - Existence : le nombre de juges = multiple de P

- Pas de gestion de l'effet de succession

Carrés de Youden

= BIE symétrique : $J = P$ et $R = r$

Juges \ Rang	1	2	3
1	P1	P2	P4
2	P2	P3	P5
3	P3	P4	P6
4	P4	P5	P7
5	P5	P6	P1
6	P6	P7	P2
7	P7	P1	P3

Avantages - faible confusion *Produit – Juge* (cf. BIE)

Limites - Existence : BIE + symétrie

Carrés de Williams

- Chaque juge déguste tous les produits : $P = R$

- Equilibre des effets de succession (d'ordre 1) : chaque produit précède n'importe quel autre produit un même nombre de fois

  1 carré pour ***P*** **pair :** $\boldsymbol{J = P}$

  2 carrés pour ***P*** **impair :** $\boldsymbol{J = 2P}$

Avantages - Orthogonalité *Produit – Rang*, *Produit – Succession* et *Produit – Juge*

- Construction simple

Limites - Existence : le nombre de juges = multiple de P ou de $2P$

Construction des carrés de Williams

Cas P pair

$1^{ère}$ ligne : 1, 2, p, 3, p-1, 4, p-2, …

Lignes suivantes : on ajoute 1 à la ligne précédente

Rang

Juges	1	2	3	4	5	6
1	1	2	6	3	5	4
2	2	3	1	4	6	5
3	3	4	2	5	1	6
4	4	5	3	6	2	1
5	5	6	4	1	3	2
6	6	1	5	2	4	3

```
> library(SensoMineR)
> plan <- plan.williams(6)
```

Cas P impair

Il faut 2 carrés

$1^{ère}$ ligne du 1^{er} carré : 1, 2, p, 3, p-1 …

Lignes suivantes : on ajoute 1 à la ligne précédente

$1^{ère}$ ligne du $2^{ème}$ carré : ordre inverse de la $1^{ère}$ ligne du 1^{er} carré

Lignes suivantes : on ajoute 1 à la ligne précédente

Rang

Juges	1	2	3	4	5
1	1	2	5	3	4
2	2	3	1	4	5
3	3	4	2	5	1
4	4	5	3	1	2
5	5	1	4	2	3
6	4	3	5	2	1
7	5	4	1	3	2
8	1	5	2	4	3
9	2	1	3	5	4
10	3	2	4	1	5

Plans optimaux

Pourquoi les plans optimaux ?

- **Limite principale des plans usuels (Carrés de Williams, Carrés Latins)**

  N'existent pas pour toute configuration (*J*, *P*, *R*)

- **Alternative : les plans optimaux**

  Prise en compte de configurations quelconques (*J*, *P*, *R*) quitte à endommager certaines qualités du plan en terme de confusion

Principes de base

Plan construit par algorithme d'échange (en 2 étapes) :

1. Attribution des produits aux juges (type BIE)
2. Attribution d'un ordre de présentation des produits

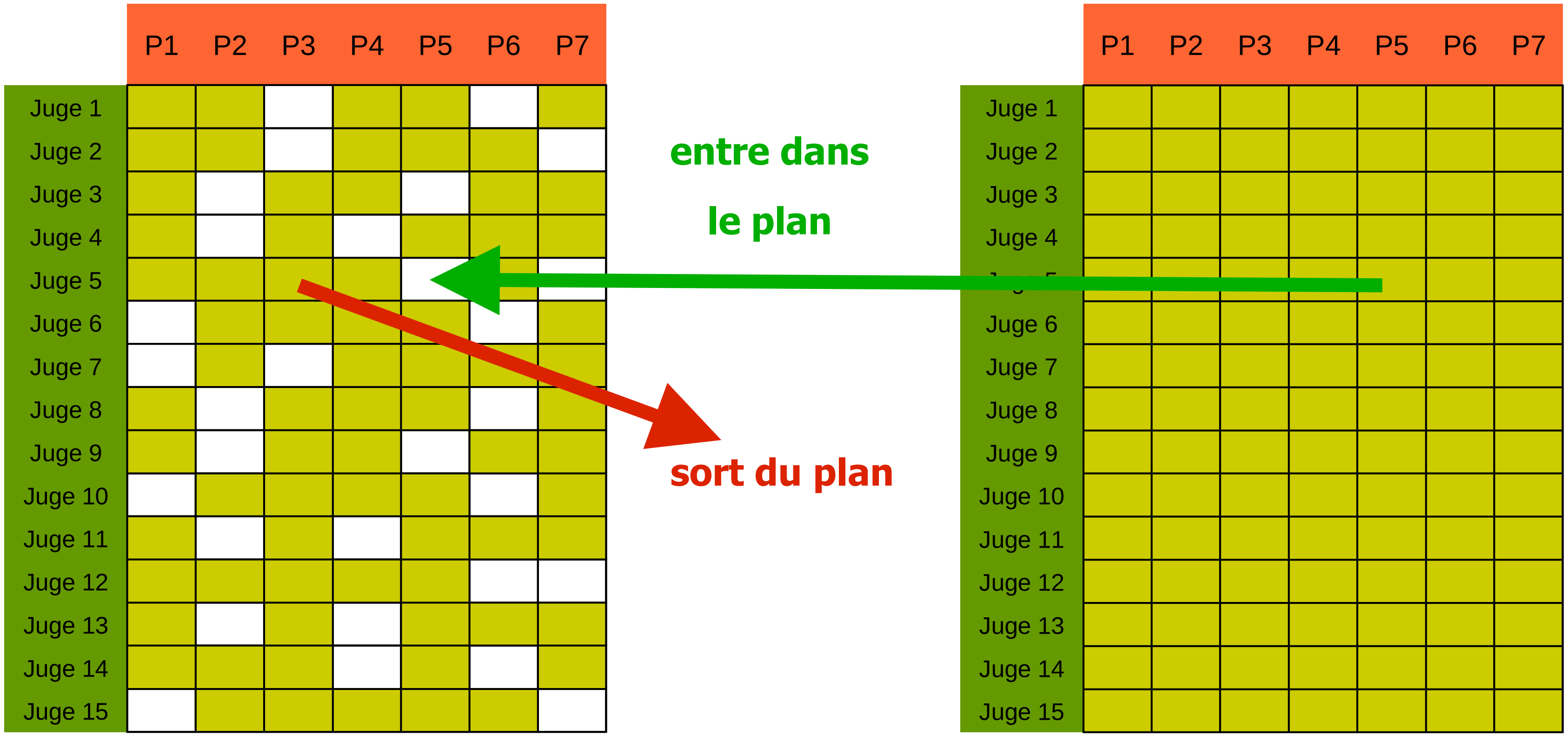
Exemple : $J = 15$, $P = 7$, $R = 5$

	rang 1	rang 2	rang 3	rang 4	rang 5
Juge 1	4	3	2	7	1
Juge 2	1	4	6	5	7
Juge 3	7	6	1	2	5
Juge 4	4	7	2	6	3
Juge 5	3	6	5	1	2
Juge 6	5	6	7	4	2
Juge 7	2	5	3	1	7
Juge 8	1	7	4	5	3
Juge 9	6	2	3	4	1
Juge 10	4	3	7	5	2
Juge 11	5	2	7	3	6
Juge 12	7	1	6	2	4
Juge 13	2	1	5	6	4
Juge 14	6	4	1	3	5
Juge 15	3	5	4	7	6

ETAPE 1. Attribution des produits aux juges

- **Initialisation** du plan : choix au hasard de 75 essais
- Réalisation d'**échanges** pour améliorer le plan

Plan à construire : 75 essais **Essais candidats : plan complet**

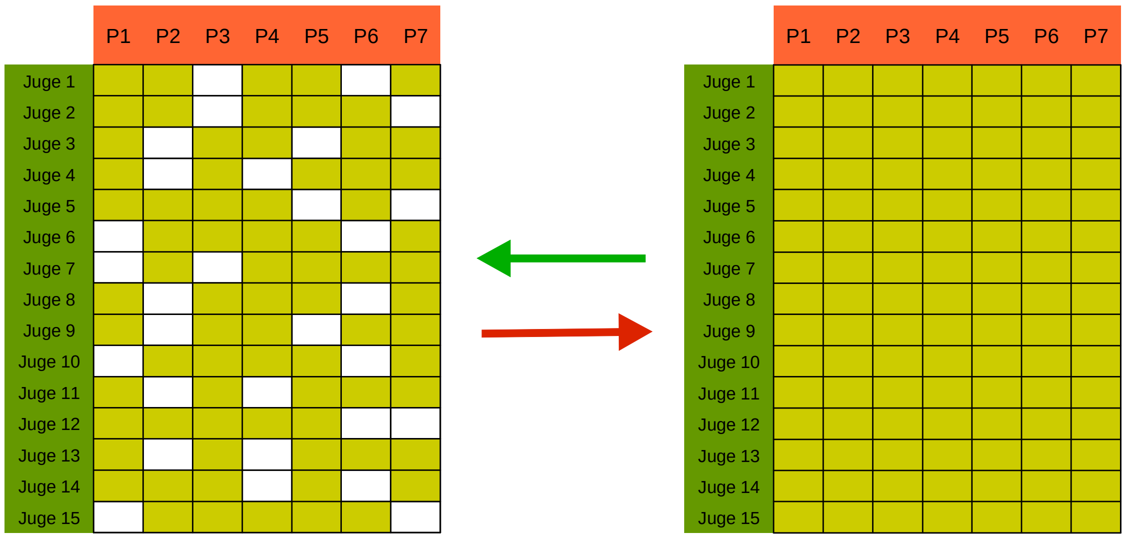


Quel est le **meilleur échange** ? Besoin d'un **critère de qualité** d'un plan

Critère de qualité

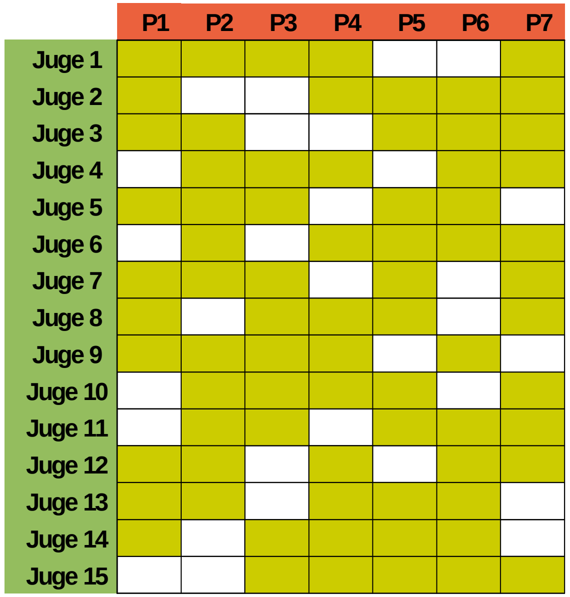
- **Qualité d'un plan** mesurée par la *variance des effets des produits*
- **Variance d'un effet produit :** précision avec laquelle l'effet d'un produit est estimé

On effectue des échanges
jusqu'à ce que l'on ne puisse plus améliorer le plan



- Cette façon de procéder = **Algorithme d'échanges**
- Un plan ainsi obtenu **=** ***D* – optimal ou *A* - optimal**

Plan obtenu à l'ETAPE 1.




```
JUGES   :  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
répét   :  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5

PRODUITS        :  1  2  3  4  5  6  7
répét           : 10 11 10 11 11 11 11

Présence de chaque couple de produits

         1  2  3  4  5  6  7

   1     0  7  6  7  7  7  6
   2     0  0  7  7  7  8  8
   3     0  0  0  7  7  6  7
   4     0  0  0  0  7  8  8
   5     0  0  0  0  0  8  8
   6     0  0  0  0  0  0  7
   7     0  0  0  0  0  0  0
```

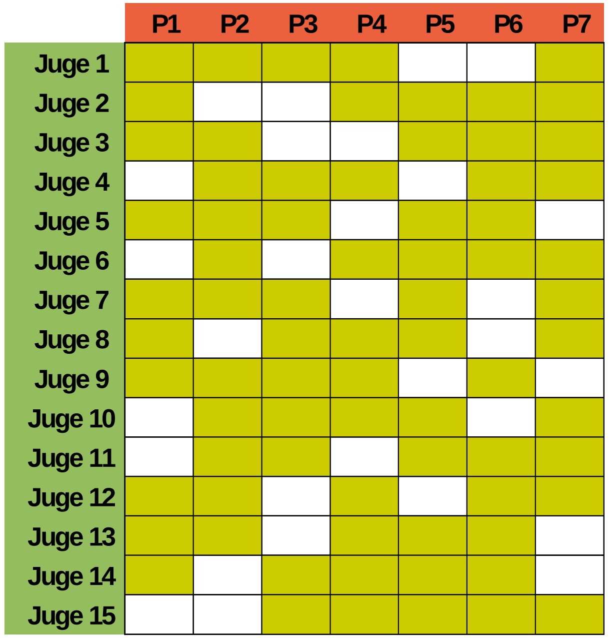
```
PRODUITS                     1      2      3      4      5      6      7

Var. effet produit :   0.0919 0.0835 0.0919 0.0836 0.0836 0.0835 0.0835
effectif           :       10     11     10     11     11     11     11

V-efficacité =  0.936830
```

ETAPE 2. Attribution d'un ordre de dégustation

- **Initialisation** par un ordre aléatoire
- Algorithme d'échange des rangs des produits



	rang 1	rang 2	rang 3	rang 4	rang 5
Juge 1	2	1	3	7	4
Juge 2	1	7	4	5	6
Juge 3	7	2	5	1	6
Juge 4	4	3	7	2	6
Juge 5	1	2	3	6	5
Juge 6	6	2	5	4	7
Juge 7	3	1	2	5	7
Juge 8	1	4	7	3	5
Juge 9	4	1	6	3	2
Juge 10	2	3	4	5	7
Juge 11	7	6	5	3	2
Juge 12	4	6	7	1	2
Juge 13	4	1	2	6	5
Juge 14	3	4	5	6	1
Juge 15	3	5	4	7	6

- Parmi tous les couples de produits d'un même juge :
  Quelle **permutation des rangs de 2 produits** ?
- La meilleure permutation : celle qui conduit aux plus **faibles confusions** *produit – rang* et *produit – arrière-effet*

Plan obtenu à l'ETAPE 2.

	rang 1	rang 2	rang 3	rang 4	rang 5
Juge 1	4	3	2	7	1
Juge 2	1	4	6	5	7
Juge 3	7	6	1	2	5
Juge 4	4	7	2	6	3
Juge 5	3	6	5	1	2
Juge 6	5	6	7	4	2
Juge 7	2	5	3	1	7
Juge 8	1	7	4	5	3
Juge 9	6	2	3	4	1
Juge 10	4	3	7	5	2
Juge 11	5	2	7	3	6
Juge 12	7	1	6	2	4
Juge 13	2	1	5	6	4
Juge 14	6	4	1	3	5
Juge 15	3	5	4	7	6

```
> library(SensoMineR)
> plan <- plan.optimal(7,15,5)
```

nb.produit

nb.juge

nb.produit.par.juge

```
Matrice Produit x Rang
(terme constant =  2.143)

EAMR optimal    =   0.245
EAMR            =   0.245    (*)

        1  2  3  4  5

   1    2  2  2  2  2
   2    2  2  2  2  3
   3    2  2  2  2  2
   4    3  2  2  2  2
   5    2  2  2  3  2
   6    2  3  2  2  2
   7    2  2  3  2  2
```

```
Matrice Prod. précédent x Prod.
suivant
(terme constant =  1.429)

EAMS optimal    =   0.490
EAMS            =   0.490    (*)

        1  2  3  4  5  6  7

   1    0  2  1  1  1  1  2
   2    1  0  1  1  2  1  2
   3    1  1  0  1  2  2  1
   4    2  1  2  0  1  1  2
   5    1  2  2  1  0  2  1
   6    1  2  1  2  2  0  1
   7    2  1  1  2  1  2  0
```

Plans emboîtés – Comment gérer une incertitude sur le nombre de juges ?

- nombre de juges mini = 15
- nombre de juges maxi = 25

	rang 1	rang 2	rang 3	rang 4	rang 5
Juge 1	7	2	4	1	3
Juge 2	4	6	5	7	1
Juge 3	7	1	2	5	6
Juge 4	6	2	7	3	4
Juge 5	5	3	6	1	2
Juge 6	2	6	7	4	5
Juge 7	3	5	1	7	2
Juge 8	1	4	3	5	7
Juge 9	2	3	1	6	4
Juge 10	5	4	2	3	7
Juge 11	3	2	7	5	6
Juge 12	4	7	6	2	1
Juge 13	4	1	5	2	6
Juge 14	1	5	4	6	3
Juge 15	6	7	3	4	5
Juge 16	*3*	*7*	*6*	*1*	*4*
Juge 17	*1*	*3*	*2*	*4*	*5*
Juge 18	*7*	*5*	*1*	*6*	*3*
Juge 19	*5*	*6*	*4*	*3*	*2*
Juge 20	*2*	*1*	*3*	*6*	*7*
Juge 21	*7*	*4*	*5*	*2*	*1*
Juge 22	*5*	*3*	*1*	*7*	*4*
Juge 23	*6*	*1*	*4*	*2*	*3*
Juge 24	*3*	*7*	*6*	*5*	*2*
Juge 25	*1*	*2*	*5*	*4*	*7*

optimal pour les 15 juges

optimal pour chaque juge supplémentaire